

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)**

**СТАРОБЕЛЬСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ (ФИЛИАЛ)
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Луганский государственный педагогический
университет» (Старобельский факультет (филиал) ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)**

**Кафедра естественно-математических, технических дисциплин
и методик их преподавания**

УТВЕРЖДАЮ

Директор
Старобельского факультета (филиала)
ФГБОУ ВО «ЛГПУ»


_____ Маршуба И.В.
_____ 2023 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине**

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

По направлению подготовки:	44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям)
Профиль подготовки:	Разработка программного обеспечения образовательных систем
Квалификация выпускника:	бакалавр
Форма обучения:	очная / заочная
Курс:	2 курс (4 семестр) / 2 курс (6 триместр)

Разработчик:
ассистент кафедры
Фоменко М.М.
Заведующий кафедрой ЕМТДиМП
_____ Н.А. Василенко
Протокол от 01 ноября 2023 г. №3

Старобельск, 2023

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Математическое программирование и методы оптимизации» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС — установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 г. № 124.

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
ОПК-9. Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-9.1 Знает: теоретические основы, принципы и закономерности современных информационных технологий; ОПК-9.2 Умеет: решать задачи профессиональной деятельности с использованием специальных научных знаний принципов и закономерностей современных информационных технологий; ОПК-9.3 Владеет: алгоритмами и технологиями осуществления профессиональной педагогической деятельности на основе специальных научных знаний в области информационных технологий.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Раздел 1. Методы минимизации функций одной переменной.	ОПК-9	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Раздел 2. Методы поиска экстремума функций многих переменных.	ОПК-9	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Раздел 3. Элементы линейного программирования.	ОПК-9	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Промежуточная аттестация	ОПК-9	Экзамен

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Результаты сформированности
ОПК-9. Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	<p>знает: методы оптимизации и принятия проектных решений; основных методов теории численной непрерывной оптимизации; вопросов реализации оптимизационных алгоритмов с помощью ЭВМ.</p> <p>умеет: ставить оптимизационную задачу и разрабатывать алгоритм ее решения; использовать методы оптимизации для решения научных и инженерных задач.</p> <p>владеет: методами принятия проектных решений; основными методами решения непрерывных задач оптимизации; навыками разработки и отладки программ для решения задач непрерывной оптимизации.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид учебной работы	Количество баллов
Работа на практических занятиях	48
Контроль самостоятельной работы	22
Зачет	30
Всего:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
			Зачтено

Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	D – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	E – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

1. В чем состоит математическая постановка экстремальной задачи?
2. По каким признакам классифицируются задачи математического программирования.
3. Сформулировать задачи линейного, нелинейного, квадратичного и дискретного программирования.
4. В каких случаях задача математического программирования не имеет определенного оптимального решения.
5. Определение многомерной функции. Построение вектора-градиента функции и матрицы вторых частных производных.
5. Дать определение локального и глобального экстремума.
6. Дать геометрическую интерпретацию задачи математического программирования.
7. Сформулировать и привести пример задачи линейного программирования.
8. В чем заключается графоаналитический метод решения задачи линейного программирования?
9. Построить математическую модель задачи планирования оптимального ассортимента.
10. Построить математическую модель "диетической задачи".
11. Построить математическую модель транспортной задачи открытого и закрытого типа.
12. Какие существуют формы математической модели задачи линейного программирования и эквивалентные преобразования одной формы в другую.
13. Определить алгоритм метода Жордана-Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений.
14. Определить общее и базисное решения системы линейных алгебраических уравнений.
15. Привести пример преобразования однократного замещения.
16. Определение базисного решения и опорного плана в системе линейных алгебраических уравнений.
17. Что такое симплексное преобразование опорного плана. Привести пример.
18. Сформулировать основные шаги симплекс-метода.
19. Определить выпуклую комбинацию векторов в пространстве R^n .

20. Построить на примере симплекс-таблицу. Определить оценки оптимальности опорного плана.
21. В чем состоит признак оптимальности опорного плана в симплекс-таблице?
22. В чем состоит признак неоднозначности оптимального решения в симплекс-таблице?
23. В каком случае применяются искусственные базисные переменные (М-задача)?
24. В чем состоит признак пустой области допустимых решений в симплекс-таблице.
25. Дать геометрическую интерпретацию симплексных преобразований.
26. В чем заключается модифицированная форма метода Жордана-Гаусса?
27. Как построить двойственную задачу по отношению к исходной задаче линейного программирования?
28. Как связаны оптимальные решения взаимодвойственных задач линейного программирования?
29. Как определить пары переменных исходной и двойственной задач линейного программирования?
30. Как преобразуется симплекс-таблица для совместного решения взаимодвойственных задач двойственным симплекс-методом?
31. Чем отличается двойственный симплекс-метод от простого симплекс-метода?
32. В чем заключается признак пустой области допустимых решений в двойственном симплекс-методе?
33. Построить транспортную задачу в табличной форме с определением потенциалов строк и столбцов.
34. Как построить оценочную матрицу и выбрать цикл пересчета в транспортной задаче?
35. Как решить транспортную задачу открытого типа?
36. Как классифицировать параметрические задачи линейного программирования?
37. Как применить двойственный симплекс-метод к параметрическим задачам?
38. Как свести дробно-линейную задачу к задаче линейного программирования?
39. Какое пространство называется n -мерным евклидовым пространством?
40. Как определяется норма вектора и расстояние между векторами в евклидовом пространстве R^n ?
41. Как раскрывается определитель матрицы A порядка $(n \times n)$?

42. Дать определение квадратичной формы симметрической матрицы A порядка $(n \times n)$?
43. Дать определение унимодальной функции.
44. В чем состоит критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы?
45. Что называется собственным вектором и собственным значением матрицы A порядка $(n \times n)$?
46. Свойства вектор-градиента многомерной дифференцируемой функции?
47. Дать определение матрицы Гессе и показать ее связь со вторым полным дифференциалом функции $f(x)$.
48. Необходимые и достаточные условия экстремума функции $f(x)$, $x \in R^n$.
49. Какая функция $f(x)$, $x \in R^n$ называется квадратичной и ее основные свойства?
50. На чем основаны необходимые и достаточные условия экстремума функции $f(x)$, $x \in R^n$.
51. Как проверить достаточные условия экстремума функции $f(x)$, $x \in R^n$ помощью матрицы Гессе, раскрывая ее диагональные миноры?
52. Как проверить достаточные условия экстремума функции $f(x)$, $x \in R^n$ помощью собственных значений матрицы Гессе?
53. Что называется функцией Лагранжа задачи нелинейного программирования с ограничениями равенствами?
54. Условия Куна-Таккера для определения стационарных точек функции Лагранжа в задаче с ограничениями неравенствами.
55. Как использовать условие дополняющей нежесткости при исследовании системы условий Куна-Таккера?
56. Условия Куна-Таккера для определения стационарных точек функции Лагранжа в задаче со смешанными ограничениями.
57. Как использовать полный дифференциал функции Лагранжа для исследования достаточных условий экстремума в задаче со смешанными ограничениями?
58. Дать определение унимодальной функции $f(x)$, $x \in R$.
59. В чем заключается эвристический алгоритм Свенна для выбора интервала неопределенности для функции $f(x)$, $x \in R$?
60. Дать классификацию и общую характеристику одномерным численным методам оптимизации.

61. Как оценить погрешность точки минимума x^* функции $f(x)$, $x \in R$ в численном методе равномерного поиска?
62. Показать принцип метода деления отрезка пополам на примере одной итерации для функции $f(x)$, $x \in R$.
63. В чем принципиальное отличие метода деления отрезка и метода дихотомии для функции $f(x)$, $x \in R$?
64. На чем основан алгоритм метода золотого сечения для функции $f(x)$, $x \in R$?
65. На чем основан метод квадратичной аппроксимации Пауэлла для поиска точки минимума x^* функции $f(x)$, $x \in R$?
66. На каком принципе основан метод средней точки, как метод первого порядка, для $f(x)$, $x \in R$?
67. Выполнить одну итерацию методом Ньютона для функции $f(x) = x^2 - 8x + 12$ при $x_0 = 2$.
68. Пояснить общие принципы построения численных методов для функции
69. Дать классификацию и общую характеристику численным методам оптимизации для функции $f(x)$, $x \in R^n$.
70. На чем основан метод деформируемого многогранника для функции $f(x)$, $x \in R^n$.
71. Пояснить и привести пример сопряженных направлений относительно матрицы Гессе H порядка $(n \times n)$.
72. Каковы принципы построения методов первого порядка для функции $f(x)$, $x \in R^n$?
73. Как определяется направление поиска минимума в методе Ньютона для функции $f(x)$, $x \in R^n$?
74. В чем заключается особенность построения квазиньютоновского метода ДФП для минимизации функции $f(x)$, $x \in R^n$?

Типовые варианты практических работ

Задача № 1. Показать, что функция $y = x^4 - 3nx^2 - n$ унимодальна на промежутке $[-1; 1]$

Задача № 2. В следующих задачах убедиться в унимодальности функций $f(x)$ на указанных отрезках $x \in [a; b]$

а) $y = x^5 - 5x^4 + n$; $x \in [4; 6]$

б) $y = x^2 - nx + x \ln x$; $x \in [1; 2]$

в) $y = \ln(n + x^2) - \sin x$; $x \in [0; \pi/4]$

Задача № 3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции

$y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

а) $y = \frac{nx^3}{3} + 2x^2 - n$, $[-4; 1]$; б) $y = nx^3 - 3x^2 - n$, $[-2; 3]$.

Задача № 4. Вычислите минимальное значение функции y на промежутке $[-4; 3]$.

а) $y = x^3 - 6x^2 - n$;

б) $y = nx^3 - 9x + 3n$;

в) $y = x^4 - 4x^3 - 2n$.

Задача № 5. Решить задачи классическим методом

а) $y = x^5 + 5x^4 + n$; $x \in [-6; 6]$

б) $y = 2x^3 - 3x^2 - n$; $x \in [-1; 2]$

Задача № 6. Методом исключения интервалов найти для целевой функции $f(x) < 0$:

а) $f(x) = x^2 - 3x - 2n$; б) $f(x) = x^2 - 2x - n$; в) $f(x) = 3x^2 - 20x + n$

Задача № 7. Найти минимум функции методом равномерного приближения

а) $f(x) = x^2 - 3x - 2n$, $x \in [-1; 4]$;

б) $f(x) = x^2 - 2x - n$, $x \in [-2; 3]$;

в) $f(x) = 4x^2 - 20x + n$, $x \in [1; 6]$.

Задача № 8. Найти минимум функции методом половинного деления (метод дихотомии) с точностью 0.02.

а) $f(x) = x^2 - 3x - n$; б) $f(x) = x^2 - 5x - n$; в) $f(x) = x^2 - 20x + n$.

Задача № 9. Найти минимум функции методом золотого сечения.

а) $f(x) = x^2 - 3x - 2n, x \in [-1; 4]$;

б) $f(x) = x^2 - 2x - n, x \in [-2; 3]$;

в) $f(x) = 4x^2 - 20x + n, x \in [1; 6]$.

Задача № 10. Найти решение исходной задачи, используя решение, определенное графическим методом, двойственной задачи и утверждение теоремы 3 (о дополнительной нежесткости):

$$f(x) = 2x_1 + 2x_2 + 13x_3 - 6x_4 \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \leq -10, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \leq -4, \\ x_j \geq 0, j = 1, \dots, 4. \end{cases}$$

Задача № 11. Решить исходную задачу двойственным симплекс-методом в модифицированной форме и определить решение двойственной задачи, используя теорему о соответствии между переменными взаимодвойственных задач:

$$f(x) = 5x_1 + 4x_2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_1 + x_2 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Задача № 12. Используя необходимые и достаточные условия экстремума определить наличие стационарной точки и ее тип следующей функции:

$$f(x) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + x_1x_2 + x_2x_3 + 2x_1x_3 - 10x_1 - 15x_2 - 8x_3$$

в евклидовом пространстве R^3 .

Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Вопросы для проведения аттестации

1. Предмет и задачи методов оптимизации.
2. Роль математического программирования в решении задач оптимизации.
3. Постановка и различные формы записи задач линейного программирования и их эквивалентность.
4. Основная теорема линейного программирования.
5. Графический метод решения задачи линейного программирования.

6. Основная идея симплекс-метода.
7. Симплекс-таблица.
8. Признак оптимальности опорного плана задачи линейного программирования.
9. Улучшение начального опорного плана задачи линейного программирования с помощью симплексных преобразований.
10. Признак неограниченности целевой функции задачи линейного программирования.
11. Признак бесконечности множества оптимальных планов задачи линейного программирования.
12. Двойственная задача линейного программирования и ее построение для задачи линейного программирования в симметрической форме.
13. Построение двойственной задачи для задачи линейного программирования в канонической форме.
14. Соответствие между переменными взаимно двойственных задач и решение двойственной задачи.
15. Основное неравенство теории двойственности и его экономическая интерпретация.
16. Достаточный признак оптимальности взаимно двойственных задач линейного программирования.
17. Теоремы двойственности и их экономическая интерпретация.
18. Постановка и математическая модель транспортной задачи.
19. Признак разрешимости транспортной задачи.
20. Открытая и закрытая модели транспортной задачи их связь.
21. Общая характеристика задач оптимизации.
22. Примеры оптимизационных задач.
23. Постановка задачи оптимизации.
24. Классификация задач оптимизации.
25. Постановка различных задач оптимизации.
26. Методы отыскания оптимальных решений.
27. Методы решения задач на экстремум классического анализа для функции одной переменной.
28. Необходимые и достаточные условия экстремума функции одной переменной.
29. Методы решения задач на экстремум классического анализа для функции нескольких переменных.
30. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.
31. Условные экстремумы функции нескольких неизвестных.
32. Метод множителей Лагранжа.
33. Численные методы решения задач одномерной оптимизации.
34. Метод равномерного поиска с возвратом.
35. Численные методы решения задач одномерной оптимизации.
36. Метод золотого сечения.
37. Описание экономико-математической модели задачи линейного

программирования.

38. Формы задачи линейного программирования.
39. Приведение задачи линейного программирования в каноническую форму.
40. Формы задачи линейного программирования. Преобразование канонической формы в симметричную.
41. Примеры задач линейного программирования. Задача планирования производства. Задача диеты.
42. Преобразования однократного замещения.
43. Симплексные преобразования.
44. Графическое решение задачи линейного программирования.
45. Алгоритм симплекс-метода. Симплексные таблицы.
46. Первоначальный опорный план. Метод вспомогательной задачи.
47. Первоначальный опорный план. Метод искусственного базиса.
48. Двойственные задачи. Принцип двойственности.
49. Двойственный симплекс метод.
50. Транспортная задача. Методы поиска опорного плана. Метод потенциалов.
51. Численные методы решения задач многомерной оптимизации.
52. Метод градиентного спуска.
53. Метод градиентного наискорейшего спуска.
54. Метод покоординатного спуска.
55. Метод наискорейшего покоординатного спуска.
56. Метод сопряженных градиентов.
57. Постановка задачи динамического программирования.
58. Геометрическая интерпретация задачи динамического программирования.
59. Принцип поэтапного построения оптимального управления.
60. Уравнение Беллмана.
61. Алгоритм решения задачи о минимизации расхода горючего самолетом при наборе высоты и скорости.
62. Алгоритм решения задачи определения кратчайшего расстояния по заданной сети.
63. Определение унимодальной функции.
64. Определить отрезок локализации минимума методом Фибоначчи.
65. Метод золотого сечения.
66. Регуляризованные методы одномерного поиска.
67. Принципиальная модельная схема градиентных методов.
68. Условия сходимости принципиальной модельной схемы градиентных методов.
69. Как выбирается направление поиска в градиентных методах?
70. Итерационная схема градиентного метода.